



**Zadania na XVIII Podkarpacki Konkurs Matematyczny
im. Franciszka Lejona
Poziom I**

(klasy pierwsze szkół ponadgimnazjalnych i klasy trzecie gimnazjów)

Etap rejonowy

24 marca 2018 r. godzina 10.00 (150 minut)

1. Dane jest wyrażenie algebraiczne: $w(x) = \sqrt{2 \left(\frac{\sqrt{x-\sqrt{x^2-1}}}{\sqrt{x+\sqrt{x^2-1}}} + \frac{\sqrt{x+\sqrt{x^2-1}}}{\sqrt{x-\sqrt{x^2-1}}} \right)}$, takie, że $x > 1$.
Uprość wyrażenie $w(x)$ i oblicz jego wartość dla $x = 2$, (7). Wynik przedstaw w postaci ułamka zwykłego.
2. W okręgu o środku O , poprowadzono średnicę AB i nierównoległą do niej cięciwę CD . Przedłużono średnicę poza punkt B i cięciwę poza punkt D , aż do przecięcia w punkcie S . Wiedząc, że $|BS| = 2$, $|CD| = 5$, $|DS| = 3$, oblicz pole trójkąta OCS oraz promień danego okręgu.
3. Na stole w koszyku leżą cukierki o smakach: pomarańczowym, porzeczkowym, truskawkowym i cytrynowym. Cukierków pomarańczowych jest więcej niż porzeczkowych. Truskawkowych i porzeczkowych – więcej niż pomarańczowych i cytrynowych, a cytrynowych i truskawkowych – tyle samo co pomarańczowych i porzeczkowych. Podaj, w kolejności rosnącej, ilości poszczególnych cukierków – odpowiedź uzasadnij. Wiedząc ponadto, że ilości cukierków są liczbami pierwszymi z przedziału $(30,55)$, wyznacz wszystkie możliwe ilości cukierków poszczególnych smaków.
4. W trójkącie równobocznym ABC , o podstawie AB długości 6, poprowadzono przez środek wysokości CG , prostą równoległą do boku AC . Prosta ta przecięła boki AB i BC odpowiednio w punktach D i E . Otrzymano w ten sposób trójkąt DBE i czworokąt $ADEC$. Oblicz pole i obwód czworokąta $ADEC$.
5. W dwóch zbiornikach A i B znajduje się pewna ilość wody. Ze zbiornika A do B przelano tyle wody, że ilość wody w zbiorniku B podwoiła się. Następnie z B przelano do A tyle wody, że ilość wody w A potroiła się. Okazało się wtedy, że w obu zbiornikach jest po 450 litrów wody. Ile wody było na początku w zbiornikach A i B , i po ile wody przelano z A do B i z B do A .

Powodzenia!